

國立彰化師範大學103學年度博士班招生考試試題

系所： 數學系

組別： 乙組

科目： 統計學

☆☆請在答案紙上作答☆☆

共 2 頁，第 1 頁

I. Let X_1, \dots, X_n be a random sample from the exponential distribution with p.d.f.

$$f(x; \theta) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, \quad 0 \leq x < \infty, \quad \theta > 0.$$

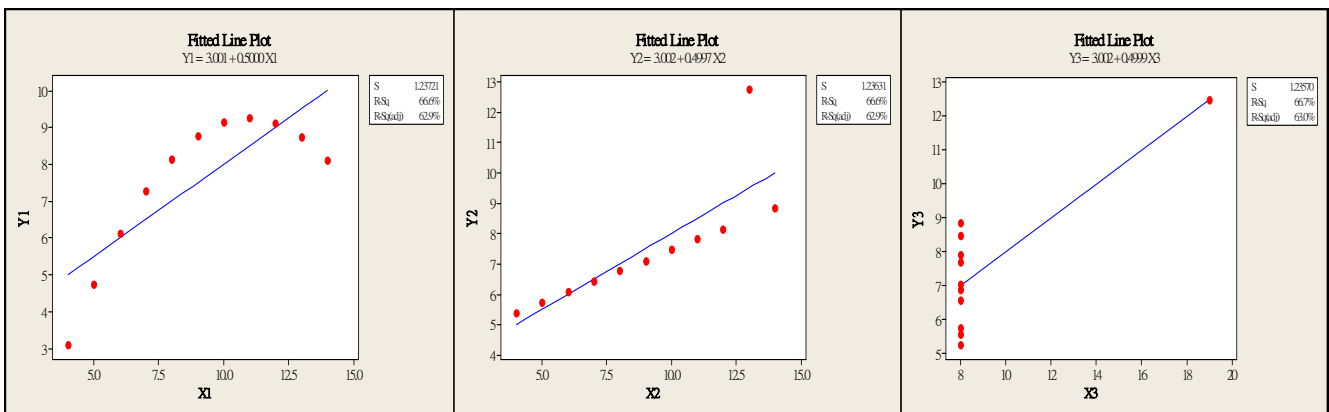
- (1) Find the maximum likelihood estimator (MLE) $\hat{\theta}_{MLE}$ of θ . (10%)
- (2) Is $\hat{\theta}_{MLE}$ an unbiased estimator of θ ? Justify your answer. (10%)
- (3) Find the variance of $\hat{\theta}_{MLE}$. (10%)
- (4) Find the Fisher information $I(\theta)$. (5%)
- (5) Show that $\hat{\theta}_{MLE}$ is an efficient estimator of θ . (5%)
- (6) What is the asymptotic distribution of $\sqrt{n}(\hat{\theta}_{MLE} - \theta)$? (5%)

II. 考慮三組資料 (Y_1, X_1) 、 (Y_2, X_2) 及 (Y_3, X_3) ，並將三組資料分別以簡單迴歸模式配適，其模式為 $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$ ，其中 $Y \sim N(\beta_0 + \beta_1 X, \sigma^2)$ 。根據迴歸分析結果，可以得到三組資料的散佈圖及其迴歸估計線如下：

圖一：

圖二：

圖三：



- (1) 根據圖一所示，請問以簡單迴歸模式配適此資料 (Y_1, X_1) 有無問題？請針對模式是否合適、模式有何問題以及如何修正模式或資料（若模式或資料需要修正）進行討論。(7%)
- (2) 根據圖二所示，請問以簡單迴歸模式配適此資料 (Y_2, X_2) 有無問題？請針對模式是否合適、模式有何問題以及如何修正模式或資料（若模式或資料需要修正）進行討論。(7%)
- (3) 根據圖三所示，請問以簡單迴歸模式配適此資料 (Y_3, X_3) 有無問題？請針對模式是否合適、模式有何問題以及如何修正模式或資料（若模式或資料需要修正）進行討論。(6%)

國立彰化師範大學103學年度博士班招生考試試題

系所： 數學系

組別： 乙組

科目： 統計學

☆☆請在答案紙上作答☆☆

共 2 頁，第 2 頁

III. 考慮在簡單迴歸模式 $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ 下，其中 $Y_i \sim N(\beta_0 + \beta_1 X_i, \sigma^2)$ ， Y_i 彼此間獨立， $i = 1, \dots, n$ ，請回答以下問題：

- (1) 請詳細描述如何進行 Y_i 與 X_i 有無線性關係的檢定（包含虛無及對立假設的建立、檢定統計量的使用、拒絕虛無假設的準則以及統計結論的給予）。(10%)
- (2) 若將模式更改為 $Y_i = \beta_1 X_i + \varepsilon$ ，即強迫 $\beta_0 = 0$ ，請說明若用最小平方估計法(method of least squares)估計此新的迴歸模式會產生何種問題？請就迴歸係數的估計、總平方和的分解(partition of total sum of squares)以及判定係數(coefficient of determination)的定義進行討論。(10%)

IV. 試以 300 ~ 500 個字，具體描述「統計」在日常生活、公共政策或者其它研究領域的應用以及影響。(15%)