

國立彰化師範大學 101 學年度碩士班招生考試試題

系所：統計資訊研究所

科目：統計

☆☆請在答案卷上作答☆☆

共 3 頁，第 1 頁

I. A discrete random variable X may take values 0, 1, 2, 3, and has the probability mass function given by the following table:

x	0	1	2	3
$P(X = x)$	0.2	$0.1 \times (k + 1)$	$0.3 \times (k - 1)$	0.2

(a) Find value k such that the above table gives a probability mass function. (5%)

(b) Find $P(X \leq 2)$, $P(X > 1)$, and the expected value of X . (6%)

II. 擲一公正骰子兩次，並定義隨機變數 X 與隨機變數 Y 分別為點數和與點數差的絕對值。假設 x_1 與 y_1 分別為隨機變數 X 與隨機變數 Y 最有可能出現的值，試求

(a) x_1 、 y_1 、 $P(X = x_1)$ 和 $P(Y = y_1)$ 。 (8%)

(b) 隨機變數 X 與隨機變數 Y 是否相互獨立？(需說明原因) (6%)

III. 假設等待就業的時間服從常態分布。今年勞委會抽樣 16 名無工作經驗者，發現其平均等待就業的時間為 6 個月，標準差為 4 個月。在顯著水準 $\alpha = 0.05$ 之下，試檢定下述問題：

(a) 若往年「無工作經驗的求職者」其等待就業的時間平均為 4 個月。請檢定今年無工作經驗者的平均等待就業時間是否較往年長。 (10%)

(b) 另外抽樣 25 名「過去有工作經驗」的求職者，發現其平均等待就業的時間為 4 個月，標準差為 3 個月。請檢定今年「無工作經驗者」的等待就業平均時間是否較「過去有工作經驗者」來得長。 (10%)

IV. Let X_1, X_2, \dots, X_n be i.i.d. sample with the following probability density function

$$f(x|\theta) = \theta x^{-(\theta+1)}, \quad x > 1, \theta > 0.$$

(a) Find the maximum likelihood estimator (MLE) of $1/\theta$. (10%)

(b) Find the uniformly minimum variance unbiased estimator (UMVUE) of $1/\theta$. (10%)

(c) Show that the MLE and the UMVUE of $1/\theta$ are efficient. (10%)

國立彰化師範大學 101 學年度碩士班招生考試試題

系所： 統計資訊研究所

科目： 統計

☆☆請在答案卷上作答☆☆

共 3 頁，第 2 頁

V. 彰化縣政府預計對某一公共政策進行公民投票，該縣民意調查機構預計在投票前預估贊成此公共政策的比例，因此在 90% 的信賴度之下，該民意調查機構至少應收集多少樣本才能使得抽樣誤差控制在 $\pm 2\%$ 之內。(10%)

VI. Let X_1, X_2, \dots, X_n be i.i.d. sample with the following probability density function

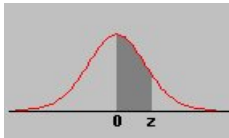
$$f(x|\theta) = \frac{2x}{\theta^2}; 0 < x \leq \theta$$

and let $\{Y_1, Y_2, \dots, Y_n\}$ be the order statistics of $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$.

(a) Show that $\hat{\theta} = Y_n$ is the maximum likelihood estimator (MLE) of θ . (5%)

(b) Find an unbiased estimator of θ based on $\hat{\theta}$. (10%)

附表一：常態分布



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990

國立彰化師範大學 101 學年度碩士班招生考試試題

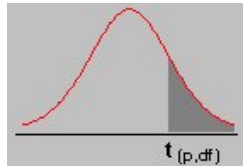
系所： 統計資訊研究所

科目： 統計

☆☆請在答案卷上作答☆☆

共 3 頁，第 3 頁

附表二：t 分布



df\Pr	0.25	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	df\Pr	0.25	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005
1	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	16	0.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
2	0.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	17	0.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
3	0.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	18	0.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
4	0.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	19	0.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
5	0.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	20	0.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
6	0.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	21	0.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
7	0.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	22	0.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
8	0.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	23	0.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
9	0.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	24	0.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
10	0.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	25	0.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
11	0.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	26	0.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
12	0.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	27	0.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
13	0.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	28	0.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
14	0.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	29	0.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
15	0.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	30	0.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
							∞	0.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576