

國立彰化師範大學 104 學年度碩士班招生考試試題

系所： 數學系

組別： 甲組

科目： 機率與統計

☆☆請在答案紙上作答☆☆

共 1 頁，第 1 頁

一、李老師近日常以Ubike代步。他了解彰化師大學生使用Ubike的情形，於是對兩個校區的學生進行調查。在受訪的 800 位學生當中，374 人來自寶山校區，其中曾經租用過Ubike者有 206 人；426 人來自進德校區，其中租用過Ubike者有 338 人。令 P_1 和 P_2 分別代表寶山校區和進德校區曾經租用騎乘Ubike的比例，試分別以下列三種方法，檢定 P_1 和 P_2 是否有顯著差異？請敘述所得結論。 $(\alpha = 0.05)$

1. 檢定統計量法 (12%)
2. p -value 法 (6%)
3. 信賴區間法 (12%)

二、Let X_1, \dots, X_m and Y_1, \dots, Y_n be two independent random samples with the same mean θ and known variances σ_1^2 and σ_2^2 , respectively.

1. Show that for every $c \in [0, 1]$, $U = c\bar{X} + (1-c)\bar{Y}$ is an unbiased estimator of θ , where

$$\bar{X} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m X_i \text{ and } \bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n Y_j. \quad (6\%)$$

2. Find the value of c for which the variance of U is minimum. (14%)

三、Let X, Y and Z be random variables taking values in $\{0, 1\}$. Denote $p_{i,j,k} = P(X = i, Y = j, Z = k)$, $i, j, k \in \{0, 1\}$. Construct an example for $p_{i,j,k}$ such that X, Y and Z are pairwise independent but not independent. (20%)

四、Suppose the joint p.d.f. of X and Y is

$$f(x, y) = \begin{cases} xy, & \text{if } 0 < x < y < a \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

- (a) Find a . (15%)
- (b) Compute $E(X | Y = y)$. (15%)